

Дарья Владимировна Ярных,
Лариса Михайловна Бронникова
г. Барнаул

Место задач с параметром в школьном курсе математики

Статья посвящена актуальной на сегодняшний день теме изучения задач с параметром в школьном курсе математики. Актуальность проблемы обоснована требованиями современных государственных образовательных стандартов и результатами ЕГЭ по математике профильного уровня в Алтайском крае. В статье приведен анализ школьных учебников по алгебре, используемых большинством школ Алтайского края, различных авторов (С.М. Никольский, Ю.Н. Макарычев, А.Г. Мерзляк, Г.В. Дорофеев, А.Г. Мордкович) на предмет присутствия в них теоретических и практических сведений о заданиях с параметрами. Представленный анализ позволил определить место задач с параметром в школьном курсе математики. Сделан вывод о неразрывной связи темы задач с параметрами с линией уравнений школьного курса математики. Обоснованы дискретность подачи материала по исследуемой теме и несистемный характер процесса изучения школьниками способов решения заданий с параметрами.

Ключевые слова: параметр, задачи с параметром, школьный курс математики, обучение математике, Единый государственный экзамен.

Daria Vladimirovna Yarnykh,
Larisa Mikhailovna Bronnikova
Barnaul

The tasks with parameter in school course of mathematics

The article is devoted to the current topic of studying tasks with a parameter in the school course of mathematics. The urgency of the problem is justified by the requirements of modern state educational standards and the results of the exam in mathematics of a specialized level in the Altai Territory. The article provides an analysis of school algebra textbooks used by most schools in the Altai Territory, various authors (S.M. Nikolsky, Yu.N. Makarychev, A.G. Merzlyak, G.V. Dorofeev, A.G. Mordkovich) for the presence in them of theoretical and practical information about tasks with parameters. The presented analysis made it possible to determine the place of tasks with a parameter in the school course of mathematics. It was concluded that the theme of tasks is inextricably connected with the line of equations of the school course of mathematics. The discreteness of the material submission on the studied theme and the non-systemic nature of the process of studying by schoolchildren methods of solving tasks with parameters are justified.

Keywords: parameter, tasks with parameter, school course of mathematics, mathematics training, Unified State Exam.

Одной из основных тенденций развития системы образования в современном мире является его стандартизация, которая подразумевает ориентацию системы на реализацию требований государственного образовательного стандарта. Формирование логического мышления школьников и их математической культуры, является одним из важных аспектов развития личности, важность и необходимость выработки которого закреплено в Федеральном государственном стандарте основного общего образования (ФГОС ООО) [9] и Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования (ФГОС СОО) [10]. Задачи с параметром играют важную, если не ведущую, роль в становлении данного аспекта. При этом в преобладающем числе школьных программ по математике, данная тема не является отдельной составляющей, но присутствует в ЕГЭ по математике профильного уровня в качестве самостоятельного задания. Опираясь на статистические данные, отметим, что средний процент выполнения задания №18 с параметром в ЕГЭ профильного уровня 2021 года составил 0,73% участников экзамена Алтайского края, при этом только учащиеся, набравшие более 61 балла.

Именно поэтому проблема изучения задач с параметром, их места в школьном курсе математики остается актуальной на сегодняшний день.

Умение работать с задачами данного типа необходимо не только в рамках изучения дисциплины математика, но и при изучении таких дисциплин как физика, химия или экономика. Иными словами, навыки решения задач с параметрами необходимы всем специалистам в различных областях научной и практической деятельности.

Цель нашего исследования: определить место задач с параметром в школьном курсе математики.

На основе изучения и анализа методической литературы, школьных учебников разных авторов проследим, каким образом и в каких темах фигурируют в школьном курсе математики задачи с параметром.

Сделав анализ методической литературы, было замечено, что единого подхода к определению понятия «уравнение с параметром» нет. В рамках своего исследования за рабочие определения примем следующие. Вслед за С. В. Арюткиной под задачей с параметрами будем понимать задачу, в которой технический и логический ход зависит от входящих в условие величин, численные значения которых не заданы, но считаются известными; эти величины называются параметрами, и они могут принимать произвольные значения [1]. В определении параметра будем придерживаться трактовки Э. С. Белямовой: «Параметр (от греческого слова *parametron* – отмеривающий) – величина, значение

которой служат для различения некоторого множества между собой. Под областью определения уравнения $f(x; a) = 0$ с параметром a понимают все такие системы значений x и a , при которых $f(x; a)$ имеет смысл» [2]. Определения других авторов не имеют существенных отличий от приведенных.

Отметим, что в учебниках алгебры разных авторов задачи с параметром появляются в разное время обучения. Рассмотрим учебники общеобразовательных классов, используемые большинством школ Алтайского края.

В учебнике **С.М. Никольского** для 7 класса в пункте 5.8 «Числовое значение целого выражения» §5 «Многочлены» главы 2 «Алгебраические выражения» присутствуют задания, которые можно отнести к типу задач с параметром. Формулируются задания следующим образом: «При любых ли значениях a справедливо равенство...», «Укажите все значения a и b , для которых верно равенство...» [8, С. 94-97]. Причем, данные задания необязательно относятся к категории заданий повышенной трудности. Стоит отметить, что при этом автор, ни ранее, ни в данной теме, не вводит понятие параметра, что затрудняет глубокое понимание учащимися материала темы и требует от учителя дополнительных методических усилий. Задание типа «Решить уравнение с параметрами...» в учебнике данного автора присутствует в пункте 10.1 «Уравнения первой степени с двумя неизвестными» §10 «Системы линейных уравнений» главы 3 «Линейные уравнения» [8, С. 182-186]. В данной главе автором также не вводятся понятия параметра, уравнения с параметром. Но в дополнительном пункте 10.7* «О количестве решений системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными», который не является обязательным для рассмотрения по общеобразовательной программе, приведена теорема, подготавливающая учащихся к введению понятия уравнения с параметром [8, С. 203-206].

В учебнике **А.Г. Мерзляка** для 8 класса присутствуют задания, которые можно, опираясь на определение С. В. Арюткиной, отнести к типу задач с параметром. Например, в §7 «Равносильные уравнения. Рациональные неравенства» Главы 1. «Рациональные выражения» в разделе «Задачи высокой сложности» присутствуют задания, которые формулируются следующим образом: «При каких значениях a уравнение не имеет корней...», «При каких значениях a уравнение имеет один корень...» [5, С. 58]. В Главе 3. «Квадратные уравнения» в §19 «квадратные уравнения. Решение неполных квадратных неравенств» [5, С. 155-162], в §20 «Формула корней квадратного уравнения» [5, С. 162-170] встречаются задания: «При каком значении m не является квадратным уравнение...», «Определите при каком значении a один из корней квадратного уравнения равен 0...», «Для каждого значения a решите уравнение...». Отметим, что данные задания находятся в разделах «Задачи среднего уровня сложности», «Задачи высокой сложности», «Сложные задачи». Также, сравнивая учебники

А.Г. Мерзляка и **Ю.Н. Макарычева** для 8 класса можно заметить принципиальное отличие.

В учебнике **Ю.Н. Макарычева** содержится пункт 27 «Уравнения с параметром», который входит в §9 «Дробные рациональные уравнения» Главы 3. «Квадратные уравнения». Данный пункт относится к разделу «Для тех, кто хочет знать больше» и предназначен для углубленного изучения математики учащимися. И в данном пункте автором вводятся понятия параметра и уравнения с параметром, определяется, что значит решить уравнение с параметром [4, С. 148-150]. В учебнике **А.Г. Мерзляка** понятие параметра не вводится.

В учебнике **Г.В. Дорофеева** для 9 класса общеобразовательных учреждений присутствует §3.8 «Уравнения с параметром» Главы 3. «Уравнения и системы уравнений». Данный пункт относится к разделу «Для тех, кому интересно» и также предназначен для углубленного изучения материала. Автор, как и предыдущий, вводит понятие уравнения с параметром и говорит о том, что принято считать параметром, также можно встретить формулировки заданий созвучные с формулировками в учебниках **Ю.Н. Макарычева**: «Решите уравнение с переменной x ...», «Докажите, что при любых значениях a уравнение имеет корни...» [3, С. 177-181]. Теоретический и практический материал этого учебника не создает условий для дальнейшего расширения и развития навыков решения уравнений с параметрами у учащихся, а только закрепляет уже полученные знания и умения.

В учебнике **А.Г. Мордковича** базового уровня для 10-11 классов, завершающим изучение курса алгебры в школе, является §60 «Уравнения и неравенства с параметрами». В данном параграфе автор дает определение понятий параметра и уравнения с параметром и некоторые представления о том, как рассуждают при решении уравнений и неравенств с параметрами на конкретных примерах [6, С. 383-390]. Формулировки заданий у автора можно встретить следующие: «Решите неравенство (относительно x)...», «Найдите наименьшее целочисленное значение параметра b , при котором уравнение имеет два корня...» [7, С. 202-204]. Заметим, что предлагаемые задания не позволяют учащимся сформировать системные знания и умения на уровне, достаточном для решения задач с параметрами в контрольно-измерительных материалах Единого государственного экзамена по математике профильного уровня.

В контрольно-измерительных материалах Единого государственного экзамена по математике профильного уровня одним из заданий с развернутым ответом является задание с параметром. Участникам экзамена предлагается найти все значения параметра, при котором уравнение (неравенство) или система уравнений (неравенств) имеет определенное, обозначенное условием, количество решений.

Таким образом, на основе анализа учебников алгебры для 7-9 классов и 10-11 классов следующих авторов: **С.М. Никольский**, **Ю.Н. Макарычев**,

А.Г.Мерзляка, Г.В. Дорофеев, А.Г. Мордкович, нами было отмечено, что понятие параметра, уравнения с параметром вводится ими в разных классах. Следующие авторы: С.М. Никольский, Ю.Н. Макарычев, Г.В. Дорофеев вводят определения понятий параметр и уравнение с параметром в дополнительных главах в рамках изучения углубленного курса алгебры. А.Г. Мордкович тему «Уравнения с параметром» затрагивает в 11 классе в качестве завершения базового уровня изучения курса алгебры, но при этом упражнения, направленные на умение учащихся решать задачи из названной темы появляются уже в 7 классе. Подчеркнем, что данная тема затронута в школьных учебниках дискретно, не прослеживается поэтапное постепенное повышение уровня сложности задач. Целесообразно, на наш взгляд, придать более целостный системный характер процессу знакомства и изучения школьниками теоретического и практического материала о задачах с параметрами.

Резюмируя, заметим, что задачи с параметром не являются одной из основных тем, рассматриваемых в школьном курсе изучения математики. В преобладающем количестве школьных учебников и рабочих программ она либо затрагивается косвенно, либо выносится на самостоятельное изучение. Но при этом умение работать с задачами данного типа является одним из умений, проверяемых в рамках Единого государственного экзамена, то есть влияет на оценку математических способностей современного выпускника школы. Компенсировать это возможно, на наш взгляд, включением структурированного материала о заданиях с параметрами (уточнение понятий, знакомство с различными способами решения, формирование алгоритмов решения задач с параметрами, рассмотрение задач на комплексное применение знаний учащихся из различных разделов школьного курса математики и др.) в содержание элективных курсов для учащихся старших классов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Арюткина, С.В. О формировании обобщенных приемов математической деятельности учащихся средней школы (на примере решения квадратных уравнений с параметром) / С.В. Арюткина. – Текст : непосредственный // Математический вестник для педвузов и университетов Волго-Вятского региона. – 2009. – № 11. – С. 264-273.
2. Белямова, Э.С. Методические особенности изучения темы «Задачи с параметрами». Основные понятия / Э.С. Белямова. – URL: <http://открытыйурок.рф/588088/> (дата обращения: 29.09.2021). – Текст : электронный.
3. Алгебра. 9 класс : учебник для общеобразоват. организаций / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович [и др.]. – 5-е изд. – Москва : Просвещение, 2016. – 304 с. : ил. – (Академический школьный учебник). – Текст : непосредственный.
4. Алгебра. 8 класс : учебник для общеобразоват. организаций с прилож. на электрон. носителе / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К. И. Нешков, С.Б. Суворова ; под ред. С.А. Теляковского. – Москва : Просвещение, 2013. – 287 с. : ил.
5. Мерзляк, А.Г. Алгебра. 8 класс : учебник для учащихся общеобразоват. учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2013. – 256 с. : ил.
6. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 – 11 классы. В 2 ч. Ч. 1 : учебник для учащихся общеобразоват. учреждений (базовый уровень) / А.Г. Мордкович. – 14-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2013. – 400 с. : ил. – Текст : непосредственный.
7. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 – 11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А.Г. Мордкович [и др.] ; под ред. А. Г. Мордковича. – 14-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2013. – 271 с. : ил. – Текст : непосредственный.
8. Никольский, С.М. Алгебра. 7 класс : учебник для общеобразоват. организаций / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – Москва : Просвещение, 2013. – 287 с. : ил. – (МГУ – школе). – Текст : непосредственный.
9. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования : приказ М-ва образования и науки РФ от 17.12.2010 г. № 1897. – URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-ooo/> (дата обращения: 02.10.2021). – Текст : электронный.
10. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования : приказ М-ва образования и науки РФ от 17.05.2012 г. № 413. – URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-soo/> (дата обращения: 02.10.2021).

REFERENCES

1. Arjutkina S.V. O formirovanii obobshhennykh priemov matematicheskoy dejatel'nosti uchashhihsja srednej shkoly (na primere reshenija kvadratnykh uravnenij s parametrom) [On the formation of generalized methods of mathematical activity of secondary school students (for example, solving quadratic equations with a parameter)]. *Matematicheskij vestnik dlja pedvuzov i universitetov Volgo-Vjatskogo regiona* [Mathematical bulletin of Vyatka State University], 2009, no. 11, pp. 264-273.
2. Beljamova Je.S. Metodicheskie osobennosti izucheniya temy «Zadachi s parametrami». Osnovnye ponjatija [Methodological features of studying the theme “Tasks with parameters”. Basic concepts]. URL: <http://otkrytyjurok.rf/588088/> (Accessed 29.09.2021).
3. Dorofeev G.V., et al. Algebra. 9 klass: uchebnik dlja obshheobrazovat. organizacij [Algebra. 9th grade]. Moscow: Prosveshhenie, 2016. – 304 p.
4. Makarychev Ju.N., Mindjuk N.G., Neshkov K.I., Suvorova S.B. Algebra. 8 klass: uchebnik dlja obshheobrazovat. organizacij s prilozh. na jelektron. nositele [Algebra. 8th grade]. In S.A. Teljakovskogo (ed.). Moscow: Prosveshhenie, 2013. 287 p.
5. Merzljak A.G. Polonskij V.B., Jakir M.S. Algebra. 8 klass: uchebnik dlja uchashhihsja obshheobrazovat. uchrezhdenij [Algebra. 8th grade]. Moscow: Ventana-Graf, 2013. 256 p.

6. Mordkovich A.G. Algebra i nachala matematicheskogo analiza. 10 – 11 klassy. V 2 ch. Ch. 1: uchebnik dlja uchashhihsja obshheobrazovat. uchrezhdenij (bazovyy uroven') [Algebra and beginning of mathematical analysis. 10-11 grades. In 2 parts, Part 1. Tasks for students of secondary schools (basic level)]. Moscow: Mnemozina, 2013. 400 p.
7. Mordkovich A.G., et al. Algebra i nachala matematicheskogo analiza. 10 – 11 klassy. V 2 ch. Ch. 2. Zadachnik dlja uchashhihsja obshheobrazovatel'nyh uchrezhdenij (bazovyy uroven') [Algebra and beginning of mathematical analysis. 10-11 grades. In 2 parts, Part 2. Tasks for students of secondary schools (basic level)]. In A.G. Mordkovicha (ed.). Moscow: Mnemozina, 2013. 271 p.
8. Nikol'skij S.M., Potapov M.K., Reshetnikov N.N., Shevkin A.V. Algebra. 7 klass: uchebnik dlja obshheobrazovat. organizacij [Algebra. 7th grade]. Moscow: Prosveshhenie, 2013. 287 p.
9. Federal'nyj gosudarstvennyj obrazovatel'nyj standart osnovnogo obshhego obrazovaniya: prikaz M-va obrazovaniya i nauki RF ot 17.12.2010 g. № 1897 [Federal State Educational Standard of Basic General Education]. URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-ooo/> (Accessed 02.10.2021).
10. Federal'nyj gosudarstvennyj obrazovatel'nyj standart srednego obshhego obrazovaniya: prikaz M-va obrazovaniya i nauki RF ot 17.05.2012 g. № 413 [Federal State Educational Standard of Secondary General Education]. URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-soo/> (Accessed 02.10.2021).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

Д.В. Ярных, студент 4 курса института информационных технологий и физико-математического образования, ФГБОУ ВО «Алтайский государственный педагогический университет», г. Барнаул, Россия, e-mail: daryayarnyh@yandex.ru, ORCID: 0000-0003-0699-7991.

Л.М. Бронникова, кандидат педагогических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Алтайский государственный педагогический университет», г. Барнаул, Россия, e-mail: bronnikova_laris@mail.ru, ORCID: 0000-0001-7271-860X.

INFORMATION ABOUT THE AUTORS:

D.V. Yarnykh, 4th year Student, Institute of Information Technologies and Physical and Mathematical Education, Altai State Pedagogical University, Barnaul, Russia, e-mail: daryayarnyh@yandex.ru, ORCID: 0000-0003-0699-7991.

L.M. Bronnikova, Ph. D. in Pedagogical Sciences, Associate Professor, Altai State Pedagogical University, Barnaul, Russia, e-mail: bronnikova_laris@mail.ru, ORCID: 000-0001-7271-860X.