

Дарья Владимировна Ярных,
Лариса Михайловна Бронникова
г. Барнаул

Некоторые методические аспекты обучения решению задач с параметрами в основной школе

В настоящей статье обоснована актуальность изучения задач с параметрами в основной школе. В работе отражена взаимосвязь задач с параметрами с линией уравнений школьного курса математики. На основе этого приведена классификация задач с параметрами из курса математики основной школы. В статье приведены некоторые методические рекомендации по изучению задач с параметрами в основной школе. Обоснована необходимость неразрывного изучения темы «задачи с параметром» с темой «уравнения» (в широком смысле), приведены конкретные темы, в которых должна прослеживаться, упомянутая выше взаимосвязь. В результате чего, в основной школе у учащихся должно сформироваться понятие уравнения с параметром, его решения, что будет служить основной, необходимой для изучения задач с параметром в курсе старшей школы.

Ключевые слова: параметр, задачи с параметром, методика обучения математике, основная школа, математическое мышление.

Daria Vladimirovna Yarnykh,
Larisa Mikhailovna Bronnikova
Barnaul

Some methodological aspects of teaching to solve tasks with parameters in secondary school

This article justifies the urgency of studying tasks with parameters in secondary school. The work reflects the relationship of tasks with parameters with the line of equations of the school course of mathematics. The authors give a classification of problems with parameters from the course of mathematics of secondary school. The article contains some methodological recommendations for studying tasks with parameters in secondary school. It is justified that the theme of “tasks with parameter” should be studied inseparably with the theme of “equations” (in the broad sense), the specific topics in which the relationship mentioned above should be traced are given. As a result, in secondary school, students must form the concept of an equation with a parameter, its solution, which will serve as the main one necessary to study tasks with a parameter in secondary school course.

Keywords: parameter, tasks with parameter, teaching methodology, basic school, mathematical thinking.

Интенсивно развивающийся процесс информатизации современного общества создал потребность в совершенствовании методического обеспечения учебного процесса в образовательных учреждениях. В силу происходящих изменений в обществе, девизом в школьном образовании стала фраза «научить учиться», то есть сегодня на первый план в обучении выдвигается формирование исследовательских умений учащихся, что предполагает умение работать с информацией – анализировать ее, систематизировать, сравнивать, обобщать, отделять главное от второстепенного, приводить примеры и контрпримеры, выдвигать предположения о возможных путях решения проблем и т.п. [5]. Важнейшим инструментом в развитии исследовательских форм мышления школьников могут выступать задания с параметрами. При этом, тенденция последних лет показывает, что изучение математики в основной школе постепенно сводится к заучиванию ряда алгоритмов действий при решении типичных заданий и стандартных примеров. Очевидно, что при таком подходе теряется основной смысл изучения математики – развитие математического мышления.

Одной из тем школьного курса математики, которая позволяет как раз отойти от использования элементарных шаблонов, на наш взгляд, является

тема задач с параметрами. Однако, следует заметить, что данной теме уделяется незначительное место в курсе алгебры основной школы, в большинстве учебников она выносится как дополнительная тема для необязательного изучения. Но при этом именно решение задач с параметрами позволяет эффективно развивать творческое мышление, анализировать, структурировать поставленную задачу и находить оптимальные пути ее решения. Именно поэтому изучение и включение данной темы в основной материал необходимо начинать с первых упоминаний о параметре в школьном учебнике.

Отметим, что в преобладающем числе современных учебников алгебры тема задач с параметром неразрывно связана с линией уравнений. Поэтому классификация видов уравнений с параметрами зависит от вида уравнений, в котором параметр встречается. Так, в учебниках Ю.Н. Макарычева [2, 3, 4] выделяются следующие виды уравнений с параметрами:

1. Уравнения с параметром не выше второй степени (линейные и квадратные уравнения, содержащие параметр).
2. Дробно-рациональные уравнения, содержащие параметр, сводящиеся к линейным.
3. Иррациональные уравнения, содержащие параметр [2, 3, 4].

Вообще в методической литературе линейное уравнение с параметром p определяют как, уравнение вида $Ax = B$, где A и B зависят от параметра p , то есть $A = A(p) = B(p)$ [6]. Но у учащихся понятие уравнения с параметром должно, на наш взгляд, включать в себя понимание того, что, во-первых, уравнение с параметром представляет собой некоторое семейство уравнений одного вида, при одних взятых значениях параметра, и иных видов, если взяты уже другие значения параметра; а во-вторых, решение уравнения может включать в себя несколько методов решения, которые будут соответствовать каждому виду уравнения, получаемому при определенных значениях параметра.

В современной методической литературе к основным методам решения задач с параметрами относят: аналитический и графический. При использовании аналитического метода проводится исследование задачи при различных значениях параметра с применением равносильных формул, обоснованных логических рассуждений. При использовании геометрического метода решение состоит в сведении данных задачи к известным геометрическим объектам (прямым, параболом и др.) и исследование полученной геометрической модели в зависимости от поставленного изначально условия [1]. В зависимости от условия задачи выбирается тот или иной метод.

Как упоминалось выше, данная тема неразрывно связана с линией уравнений. Поэтому методически верно будет, на наш взгляд, при первом знакомстве учащихся с простейшими уравнениями (неравенствами) с параметрами, как раз показать взаимосвязь между уравнениями (неравенствами) без параметров и уравнениями (неравенствами) с параметром. На данном этапе представляется целесообразным рассмотреть решение уравнения вида: $ax = b$, где a и b – некоторые параметры. Для решения данной задачи можно использовать аналитический метод, рассмотреть частные случаи уравнения, когда, например:

- $a > 0$ и $b > 0$ (оба принимают положительные значения),
- $a < 0$ и $b < 0$ (оба принимают отрицательные значения),

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Володина, Е.В. Многоплановый подход к решению задач с параметром на Едином государственном экзамене в 2019 г. (на примере Чувашской Республики) / Е.В. Володина, И.И. Ильина, М.Е. Сироткина. – Текст : непосредственный // Школьные технологии. – 2020. – № 1. – С. 48-54.
2. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. 7 класс : учебник для общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – Москва : Просвещение, 2013. – 256 с.: ил. – Текст : непосредственный.
3. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. 8 класс : учебник для общеобразоват. организаций с прилож. на электрон. носителе / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – Москва : Просвещение, 2013. – 287 с.: ил. – Текст : непосредственный.
4. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. 9 класс : учебник для общеобразоват. организаций / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова ; под ред. С.А. Теляковского. – 21-е изд. – Москва : Просвещение, 2014. – 271 с.: ил. – Текст : непосредственный.

– $a < 0$ или $b < 0$ (один принимает отрицательное значение),

– $a = 0$ (параметр a равен нулю) и т. д.

Важно подчеркнуть учащимся, что такой подбор частных случаев позволяет проследить различные исходы решения уравнения, и на основе их, в дальнейшем, делать выводы при решении уравнений без параметров.

В дальнейшем, в течение учебного года для закрепления навыков решения уравнений с параметрами целесообразно предлагать им задания, например, вида:

1. $ax = 104$;
2. $2ax - 4 = 0$;
3. $ax - 3 = 2x + 5$

На следующем этапе, в 8 классе необходимо, сформировав у учащихся умения решать задачи без параметров по темам «Квадратные уравнения», «Дробные рациональные уравнения», «Неравенства», заканчивать изучение каждой из тем рассмотрением задач с параметрами. При этом, на наш взгляд, будет уместно использовать задания, которые уже решены учащимися, заменяя лишь конкретные численные значения – параметрами.

После изучения темы «Квадратичная функция» целесообразно снова возвращаться к решению квадратных уравнений с параметрами, предлагая учащимся задания на применение теоремы Виета, решения полного квадратного уравнения с анализом его дискриминанта, а также решения неполных квадратных уравнений. Этот этап будет охватывать конец 8 класса или начало 9 класса, в зависимости от расположения тем в общеобразовательных учебниках и рабочих программах к ним.

Таким образом, изучение данной темы в основной школе необходимо вести неразрывно с изучением линии уравнений (неравенств). На данном этапе важно сформировать у учащихся понятие уравнения с параметром, что значит решить уравнение с параметром. Важно сделать акцент, что при решении одного уравнения (неравенства) с параметром могут применяться различные методы. Правильно сформированные на данном этапе представления о задачах с параметром послужат основой при изучении данной темы в старшей школе.

5. Фалилеева, М.В. Методические аспекты обучения решению уравнения и неравенств с параметрами / М.В. Фалилеева. – Текст : электронный // *Фундаментальные исследования*. – 2013. – № 4-5. – С. 1230-1235. – URL: <https://fundamentalresearch.ru/ru/article/view?id=31396> (дата обращения: 14.10.2021).

6. Юрченко, Е.В. Уравнения с параметром и нестандартные задачи. 7-9 класс. Живая методика математики / Е.В. Юрченко, Е.В. Юрченко. – Москва : МЦНМО, 2017. – 88 с. – Текст : непосредственный.

REFERENCES

1. Volodina E.V., Il'ina I.I., Sirotkina M.E. *Mnogoplanovij podhod k resheniju zadach s parametrom na Edinom gosudarstvennom jekzamine v 2019 g. (na primere Chuvashskoj Respubliki)* [A multidimensional approach to solving problems with a parameter at the Unified State Exam in 2019 (on the example of the Chuvash Republic)]. *Shkol'nye tehnologii* [School technology], 2020, no. 1, pp. 48-54.

2. Makarychev Ju.N., Mindjuk N.G., Neshkov K.I., Suvorova S.B. *Algebra. 7 klass: uchebnik dlja obshheobrazovat. uchrezhdenij* [Algebra. 7th grade]. In S.A. Teljakovskogo (ed.). Moscow: Prosveshhenie, 2013. 256 p.

3. Makarychev Ju.N., Mindjuk N.G., Neshkov K.I., Suvorova S.B. *Algebra. 8 klass: uchebnik dlja obshheobrazovat. organizacij s prilozh. na jelektron. nositele* [Algebra. 8th grade]. In S.A. Teljakovskogo (ed.). Moscow: Prosveshhenie, 2013. 287 p.

4. Makarychev Ju.N., Mindjuk N.G., Neshkov K.I., Suvorova S.B. *Algebra. 9 klass: uchebnik dlja obshheobrazovat. organizacij* [Algebra. 9th grade]. In S.A. Teljakovskogo (ed.). Moscow: Prosveshhenie, 2014. 271 p.

5. Falileeva M.V. *Metodicheskie aspekty obuchenija resheniju uravnenija i neravenstv s parametrami* [Methodological aspects of learning to solve equations and inequalities with parameters]. *Fundamental'nye issledovanija* [Fundamental researches], 2013, no. 4-5, pp. 1230-1235. URL: <https://fundamentalresearch.ru/ru/article/view?id=31396> (Accessed 14.10.2021).

6. Jurchenko E.V., Jurchenko E.V. *Uravenija s parametrom i nestandartnye zadachi. 7-9 klass. Zhivaja metodika matematiki* [Equations with a parameter and non-standard problems. 7-9 grade. Live methodology of mathematics]. Moscow: MCNMO, 2017. 88 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

Д.В. Ярных, студент 4 курса института информационных технологий и физико-математического образования, ФГБОУ ВО «Алтайский государственный педагогический университет», г. Барнаул, Россия, e-mail: daryayarnyh@yandex.ru, ORCID: 0000-0003-0699-7991.

Л.М. Бронникова, кандидат педагогических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Алтайский государственный педагогический университет», г. Барнаул, Россия, e-mail: bronnikova_laris@mail.ru, ORCID: 0000-0001-7271-860X.

INFORMATION ABOUT THE AUTORS:

D.V. Yarnykh, 4th year Student, Institute of Information Technologies and Physical and Mathematical Education, Altai State Pedagogical University, Barnaul, Russia, e-mail: daryayarnyh@yandex.ru, ORCID: 0000-0003-0699-7991.

L.M. Bronnikova, Ph. D. in Pedagogical Sciences, Associate Professor, Altai State Pedagogical University, Barnaul, Russia, e-mail: bronnikova_laris@mail.ru, ORCID: 000-0001-7271-860X.