

Снежана Николаевна Скарбич  
г. Омск

### Формирование функционально-графической грамотности обучающегося как компонента математической грамотности в условиях смешанного обучения

Математическая грамотность является компонентом функциональной грамотности обучающихся, формирование которой является одной из задач школьного образования. Рассматривая в статье функционально-графическую грамотность как компонент математической грамотности, определяется ее состав, путем выделения групп действий по двум составляющим: познавательной и деятельности. Рассматривается возможность их формирования в условиях смешанного обучения математике посредством четырех моделей: «Перевернутый класс», «Смена рабочих зон», «Автономная группа» и «Личный выбор». При этом смешанное обучения обучающихся определяется как взаимодействие личностное участников образовательного процесса, так и взаимодействие с цифровыми образовательными ресурсами в процессе обучения математике. Приводится пример организации деятельности обучающихся в модели «Смена рабочих зон» при изучении преобразований графиков функций с помощью программы GeoGebra.

**Ключевые слова:** функционально-графическая грамотность, математическая грамотность, обучение математике, смешанное обучение, модели смешанного обучения.

Статья подготовлена в рамках реализации ГЗ на выполнение прикладной НИР по теме «Методика преподавания математики в общеобразовательной организации с учетом реализации моделей смешанного обучения» (Дополнительное соглашение Минпросвещения России и ФГБОУ ВО "ОмГПУ" №073-03-2022-035/2 от 11.04.2022.

Snezhana Nikolaevna Skarbich  
Omsk

### Functional-graphic literacy formation as a component of mathematical literacy in conditions of mixed education

Mathematical literacy is a component of the students' functional literacy, the formation of which is one of the tasks of school education. Considering in the article functional-graphic literacy as a component of mathematical literacy, its composition is determined by separating action groups into two components: cognitive and activity. The possibility of their formation in the conditions of mixed education of mathematics by means of four models is considered: "Flipped classroom", "Change of work areas", "Autonomous group" and "Personal choice". At the same time, students' mixed education is defined as the personal interaction of participants in the educational process, as well as interaction with digital educational resources in the process of studying mathematics. An example of organizing the activities of students in the "Change of work areas" model is given when studying the transformations of function graphs using the GeoGebra program.

**Keywords:** functional graphic literacy, mathematical literacy, teaching mathematics, mixed education, mixed education models.

В настоящее время возрастание интереса к математическому образованию обуславливается математизацией всех отраслей знаний и усилением их практической направленности. Международное исследование математической грамотности PISA показывает далеко невысокие результаты российских школьников, что говорит о необходимости рассмотрения проблемы повышения качества математического образования. Более того одним из требований к результатам математической подготовки обучающихся, согласно ФГОС, является «использование графиков функций для описания и определения свойств различных процессов и зависимостей реальной жизни и из других учебных предметов». Поэтому целью нашего исследования является поиск условий повышения качества функционально-графической грамотности обучающихся как компонента математической грамотности. Для достижения поставленной цели сначала выделим составляющие функционально-графической грамотности как компонента математической грамотности.

Под математической грамотностью понимается «способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять,

интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира» [6, С. 69]. Практическая составляющая функциональной линии связана с исследованием процессов и явлений реальной действительности, что и объясняет функционально-графическую грамотность как составляющую математической грамотности.

М.Ю. Пермякова [4], опираясь на исследования П.А.-Ю. Батчаевой [1], где графическая культура является одной из составляющих математической культуры, математическую грамотность определяет как «то общее, что присуще всем компонентам математической культуры, и в свою очередь включает также соответствующие компоненты» [4, С. 252]. Одним из компонентов математической грамотности является графический компонент. В исследованиях М.Ю. Пермяковой [4] отмечается, что поскольку чтение и построение графиков функций тесно связано с пространственными, временными и количественными представлениями о процессах и явлениях окружающего мира, то следует говорить о функционально-графической грамотности.

Под функционально-графической грамотностью, согласно М.Ю. Пермяковой, мы понимаем

«комплекс функционально-графических умений, необходимых для чтения и изображения графиков элементарных функций» [4, С. 252]. Формирование функционально-графической грамотности обучающихся начинается в 7-9 классах при изучении элементарных функций и их свойств в курсе алгебры основной школы.

Выделим две составляющие в функционально-графической грамотности: познавательную и деятельностную. Данные компоненты представим в виде соответствия пяти групп умений, выделенных нами в составе функционально-графической грамотности (Табл. 1).

Таблица 1

**Соответствие познавательной и деятельностной составляющей пяти групп умений функционально-графической грамотности обучающегося**

<i>Группа умений</i>	Работа с формулой, задающей функцию	Работа с графиком функции	Применение свойств функций к решению уравнений и неравенств	Применение свойств функций для описания результатов опыта	Исследование функции
<i>Знания и умения</i>					
<b>Познавательная составляющая</b>					
1. Основные функциональные понятия: функция, график, аргумент и значение функции	v	v			
2. Способы задания функции: описательный, аналитический, табличный, графический	v	v			
3. Свойства функций: область определения и значений, нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность, наибольшее и наименьшее значения, четность (нечетность) функции			v	v	v
4. Элементарные функции, их графики и свойства	v	v	v		
5. Примеры графиков функциональных зависимостей явлений и процессов окружающей действительности				v	
6. Преобразование графиков функций		v			
<b>Деятельностная составляющая</b>					
7. Изображать координатную прямую и точку на ней с заданной координатой		v			
8. Изображать координатную плоскость и точку на координатной плоскости с заданными координатами		v			
9. Определять координату точки на координатной прямой и на координатной плоскости		v			
10. Находить значение функции по заданному значению аргумента и наоборот	v	v			
11. Определять свойства функции по ее графику (читать график функции)		v			v
12. Определять значения коэффициентов в формуле, задающей функцию, и по графику функции	v	v			
13. Задавать функцию аналитически по ее графику	v	v			
14. Читать графики реальных зависимостей				v	
15. Выполнять построения графиков функций		v			
16. Выполнять преобразования графиков функций		v			

Анализ исследований показал, что формированию математической грамотности, в частности функционально-графической, посвящены работы многих исследователей: П.А.-Ю. Батчаевой,

Т.Ю. Бугаевой, М.Ю. Пермяковой, А.М. Савинцевой. Однако в них не затрагивается вопрос об использовании цифровых образовательных ресурсов как условия повышения качества формирования функционально-графической грамотности за счет

смены видов их активной познавательной деятельности в процессе обучения алгебре.

В связи с частичным переходом в последнее время на смешанное обучение учащихся встает проблема формирования функционально-графической грамотности в данных условиях. Согласно определению смешанного обучения, представленного в статье О.Б. Даутовой, Е.Ю. Игнатьевой и О.Н. Шиловой, его организация «гармонично сочетает формы организации обучения как в реальной (очное, лицом к лицу), так и в виртуальной образовательной среде и самообучение» [2, С. 3]. При этом в виртуальной образовательной среде происходит интерактивное взаимодействие всех участников образовательного процесса посредством информационно-коммуникационных технологий.

Проведя анализ множества различных моделей смешанного обучения [2, 5], опираясь на специфику абстрактности алгебры как науки, практической значимости функциональной линии при изучении смежных дисциплин и в реальной жизни, а также возрастных особенностей учащихся работы с цифровыми ресурсами, было выделено четыре модели для формирования функционально-графической грамотности обучающихся: «Перевернутый класс», «Смена рабочих зон», «Личный выбор», «Автономная группа». Каждая модель включает несколько видов деятельности учащихся, поочередно сменяющих друг друга в процессе обучения. Рассмотрим соответствие предпочтительной модели смешанного обучения формируемым составляющим функционально-графической грамотности.

Модель «Смена рабочих зон» подразумевает деление учащихся на несколько групп, каждая из которых работает в своей зоне с последующим переходом в другие зоны. В этой модели целесообразно начать работу по формированию основных функциональных понятий, способов задания функции и свойств функции (действия 1, 2, 3).

Введение понятия функции целесообразно начать с решения практической задачи в зоне работы с цифровыми ресурсами, например «Найти периметр и площадь дачного участка квадратной формы со стороной  $x$ ». В результате записываются формулы периметра и площади квадрата:  $P=4x$ ,  $S=x^2$  и составляется таблица значений периметра и площади в зависимости от разных значений стороны квадрата, учитывая ограничение на переменную  $x$  больше нуля. Далее в программе Advanced Grapher обучающие строят графики данных зависимостей по точкам, в программе предусмотрен такой инструмент, получая прямую линию и ветвь параболы на интервале больше нуля. Таким образом учащиеся рассматривают три способа представления зависимостей величин: аналитический, табличный и графический. Затем обучающимся предлагается выбрать верное утверждение, опираясь на результаты, полученные при выполнении задания:

– Длина стороны квадрата является зависимой величиной от таких величин как периметр и площадь.

– Периметр и площадь являются зависимыми величинами от величины  $x$ .

– Зависимость периметра и площади квадрата от переменной стороны определяется условием, что переменным величинам периметра и площади должно соответствовать значение стороны.

– Зависимость периметра и площади квадрата от переменной стороны определяется условием: когда переменным величинам периметра и площади соответствует единственное значение стороны.

– Зависимость периметра и площади квадрата от переменной стороны определяется условием, что значению стороны должно соответствовать единственные значения периметра и площади квадрата.

– Зависимость периметра и площади квадрата от переменной стороны определяется условием, что значению стороны должно соответствовать значения периметра и площади квадрата.

– В формуле периметра и площади квадрата зависимой переменной соответствует значение независимой переменной.

– В формуле периметра и площади квадрата зависимой переменной соответствует единственное значение независимой переменной.

– В формуле периметра и площади квадрата независимой переменной соответствует значение зависимой переменной.

– В формуле периметра и площади квадрата независимой переменной соответствует единственное значение зависимой переменной.

Далее учащиеся переходят в зону фронтальной работы с учителем, где обсуждаются результаты выполнения практического задания и вводится понятие функции, обобщаются способы задания функции, при этом делается акцент на единственность зависимой переменной. Таким образом на данном уроке учащиеся открывают для себя новые понятия: функция, зависимая и независимая переменная, способы задания функции. В следующей зоне первичного закрепления учащимся предлагается выполнить задания на усвоение понятий, в том числе и интерактивных заданий, например представленных в среде LearningApps.org.

Изучение элементарных функций начинается с линейной функции, введение которой организуется в рамках модели «Автономная группа», где одна часть учащихся работает с цифровыми ресурсами самостоятельно, выполняя исследовательскую работу, в результате которой приходит к понятию линейной функции, а другая часть учащихся работает с учителем, при этом работа проходит либо фронтально, либо организуется работа с учебником.

При последующем введении элементарных функций конкретного вида используется модель «Перевернутый класс», которая предполагает

предварительную теоретическую подготовку учащихся к уроку посредством образовательных ресурсов, а затем практическую деятельность на уроке, поскольку введение последующих функций опирается на ранее изученную. Таким образом, в рамках моделей «Автономная группа» и «Перевернутый класс» формируются такие действия как 4, 11. Для формирования умений 7-9 целесообразно применять модель «Перевернутый класс», поскольку предварительные знания и умения у учащихся уже имеются из 5-6 классов.

Модель «Смена рабочих зон» используется также для формирования 6 и 16 умений, при этом рабочие зоны связаны с конкретными видами преобразования графика функции. В течении урока, проходя все зоны и выполняя исследовательское задания, учащиеся в итоге получают общую таблицу по преобразованию графиков функций.

Формирование пятого действия предпочтительно проводить в модели «Личный выбор» посредством организации мини-проекта «Графики реальных функциональных зависимостей», который обучающиеся готовят дома, работая с цифровыми образовательными ресурсами. При закрепле-

нии умений 10-15 используется модель «Смена рабочих зон» или «Автономная группа» в зависимости от уровня обученности и обучаемости класса.

На этапах работы с цифровыми образовательными ресурсами в моделях используются различные средства информационных технологий, описанные нами в статье [3].

Приведем пример работы с цифровыми ресурсами в модели «Смена рабочих зон» при изучении преобразований графиков функций.

В рамках рассматриваемой модели выделяются зона работы с цифровыми ресурсами, зона фронтальной работы и зона закрепления знаний и умений.

Например, при формировании умения у учащихся построения графика функции с помощью преобразований в зоне работы с цифровыми ресурсами учащимся предлагается следующее задание:

Выполните построения графиков функций по следующим схемам (Рис. 1) и сделайте выводы, сравнив полученные графики с графиком функции

$$y = \sqrt{x}$$

$y = \sqrt{1 - 3x}$ . Построения графиков функций учащиеся выполняют с помощью программы Advanced Grapher (Рис. 2-4), затем их анализируют и приходят к трем способам построения графика функции  $y = \sqrt{1 - 3x}$ .

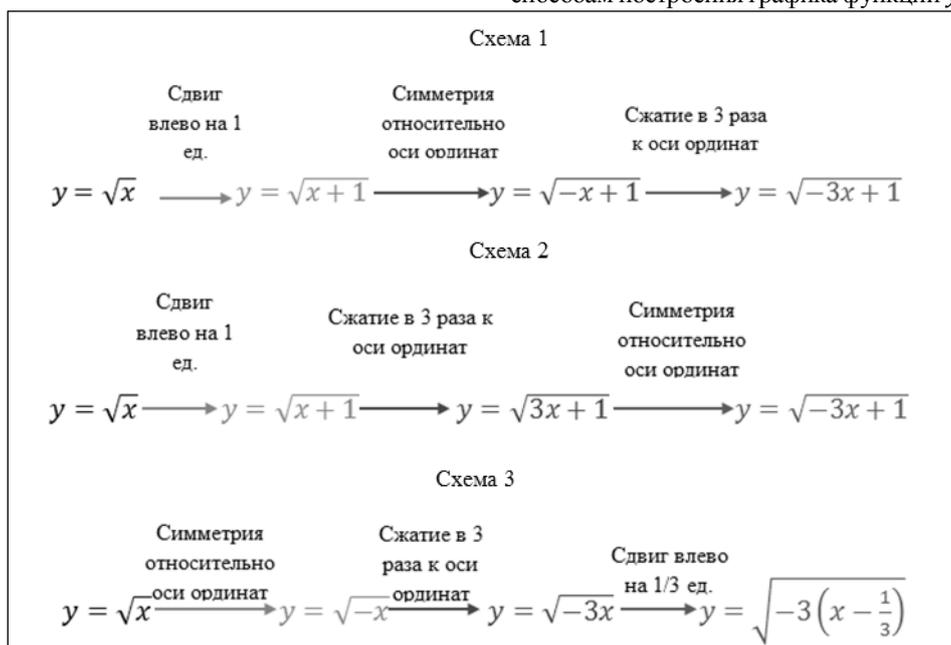


Рис. 1 Схемы построения графиков функций

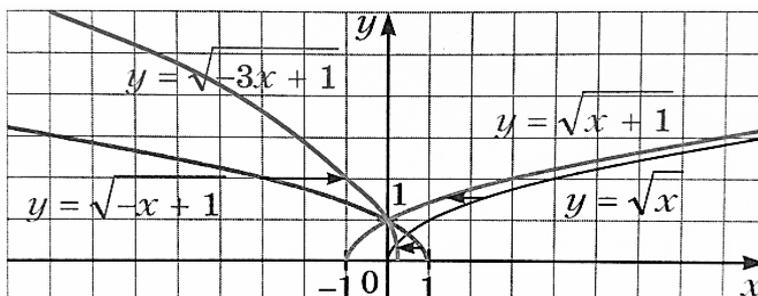


Рис. 2. Первый способ (по схеме 1) построения графика функции  $y = \sqrt{1 - 3x}$

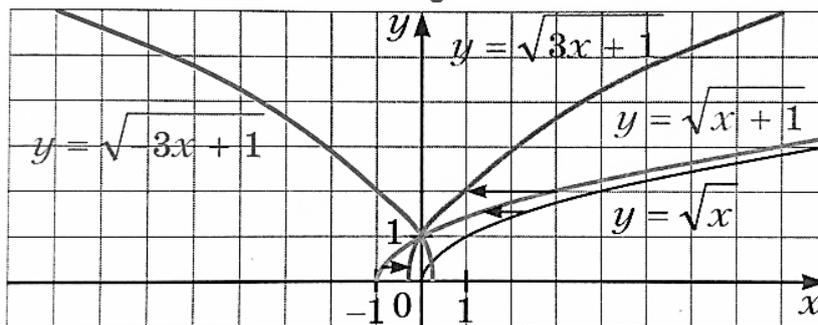


Рис. 3. Второй способ (по схеме 2) построения графика функции  $y = \sqrt{1 - 3x}$

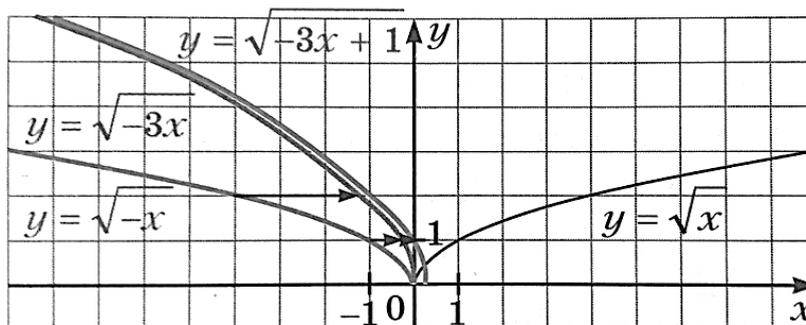


Рис. 4. Третий способ (по схеме 3) построения графика функции  $y = \sqrt{1 - 3x}$

Данное задание целесообразно давать учащимся при открытии различных видов преобразований графиков, при этом оно направлено на развитие следующих компонентов функционально-графической грамотности: умение выполнять построения графиков функций; умение выполнять преобразования графиков функций. А на этапе закрепления, учащимся дается задание, например: «Предложите несколько способов построения графика функции  $y = \sqrt{-3 + 2x}$ .

В другой зоне учащиеся исследуют преобразования сжатия и растяжения графика функции на примере квадратичной функции  $y=kx^2$ . Исследование проводится с помощью готовой динамической модели квадратичной функции, выполненной заранее учителем в программе GeoGebra. Изменяя параметры коэффициента  $k$ , учащиеся наблюдают, как

изменяется график функции  $y=kx^2$ . Сначала учащиеся смотрят за преобразованиями графика  $y = x^2$  в графики  $y = 2x^2$  и  $y = 5x^2$  ( $k > 1$ ) (Рис. 5). Далее смотрят, что происходит с графиком  $y = x^2$  при переходе к графику  $y = kx^2$ , когда  $0 < k < 1$ . Например, задают значения коэффициента  $k$  и рассматривают графики  $y = \frac{1}{2}x^2$  и  $y = \frac{1}{5}x^2$  (Рис. 6). На основе сравнительного анализа графиков рассмотренных функций учащиеся формулируют вывод, что при  $k > 1$  график функции  $y = x^2$  растягивается вдоль оси  $y$  в  $k$  раз; при  $0 < k < 1$  график функции  $y = x^2$  сжимается вдоль оси  $y$  в  $\frac{1}{k}$  раз. Аналогично исследуются модели графиков функции вида  $y=ax^2 + b$ ,  $y=a(x+p)^2$ ,  $y=(-x+p)^2$ .

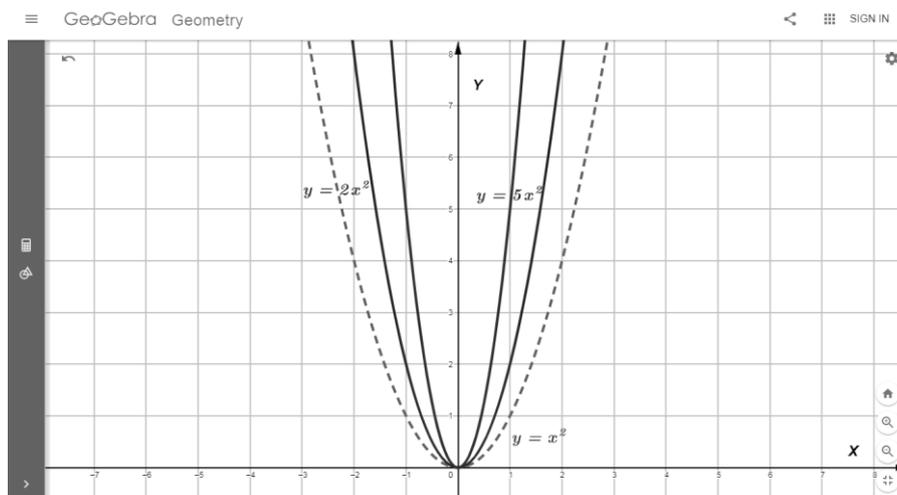


Рис. 5. Графики функций  $y = x^2$ ,  $y = 2x^2$  и  $y = 5x^2$ , построенные в программе GeoGebra

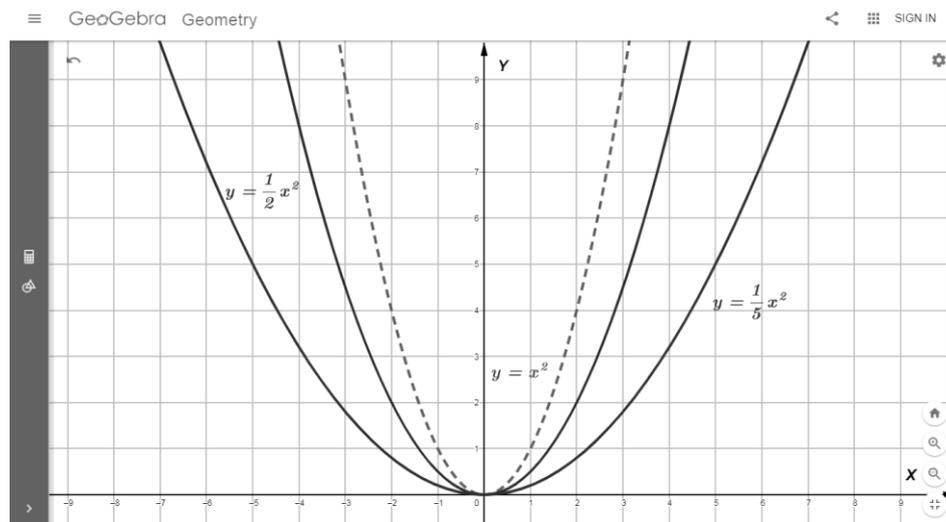


Рис. 6. Графики функций  $y = x^2$ ,  $y = \frac{1}{2}x^2$  и  $y = \frac{1}{5}x^2$ , построенные в программе GeoGebra

После работы в зонах с цифровыми ресурсами, учащиеся переходят в зону фронтальной работы с учителем, где происходит обсуждение полученных результатов и проводится обобщение, при котором приходят к выводу о способах построения графиков функций с помощью преобразований. Далее учащиеся переходят в зону закрепления, где выполняют задания в тетрадях на построение графиков функций с помощью преобразований.

Следует отметить, что при выборе модели смешанного обучения учителю необходимо не только подготовить соответствующий учебный материал по математике, но при этом учесть индивидуальные особенности групп обучающихся: обученность и обучаемость, темп работы, умения работать с цифровыми образовательными ресурсами, самостоятельность и др., поскольку модели смешанного обучения подразумевают разные формы работы: индивидуальную, фронтальную и групповую. Так, например, в модели «Автономная группа» возможно наиболее сильных учащихся определить в группу работы с цифровыми ресурсами, а с остальными организовать фронтальную работу. При организации работы обучающихся в модели «Личный выбор» следует учесть уровень развития самостоятельности обучающихся, поскольку они выполняют задания дома, работая с

цифровыми ресурсами. Продумывая задания для работы в модели «Смена рабочих зон», следует учесть темп работы учащихся, так как в процессе урока происходит переход групп учащихся из одной зоны в другую, где ранее работала другая группа учащихся. Для модели «Перевернутый класс» при разработке заданий следует учитывать обученность и самостоятельность учащихся, так как теоретический материал они изучают дома, а затем в классе его закрепляют.

Таким образом, развитие функционально-графической грамотности учащихся является комплексным процессом, который сочетает в себе как решение практических задач, так и большую работу с теоретическим материалом. Важными факторами успешного усвоения знаний учащимися являются пропедевтика и регулярная систематизация пройденного материала. Организация процесса изучения функций с помощью моделей смешанного обучения, позволяет активизировать деятельность учащихся, посредством работы с цифровыми образовательными ресурсами, а также сменой их деятельности. Перспективой дальнейших исследований является разработка комплекса задач, направленных на формирование составляющих функционально-графической грамотности, для разных моделей смешанного обучения.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Батчаева, П.А.-Ю. Устные упражнения как одно из средств формирования математической культуры учащихся 5-9 классов / П.А.-Ю. Батчаева. – Текст : непосредственный // Сибирский педагогический журнал. – 2009. – № 2. – С. 240-250.
2. Даутова, О. Б. Массовый формат смешанного обучения как движение к цифровой трансформации образования / О.Б. Даутова, Е.Ю. Игнатъева, О.Н. Шилова. – Текст : электронный // Непрерывное образование: XXI век. – 2020. – Вып. 3 (31). – URL: <https://i121.petrus.ru/journal/article.php?id=6045> (дата обращения: 02.05.2022).
3. Дербуш, М.В. Инновационные подходы к использованию информационных технологий в процессе обучения математике / М.В. Дербуш, С.Н. Скарбич. – Текст : непосредственный // Непрерывное образование: XXI век. – 2020. – № 2 (30). – С. 66-80.
4. Пермякова, М.Ю. Характеристика понятия «функционально-графическая грамотность обучающихся» / М.Ю. Пермякова. – Текст : непосредственный // Мир науки, культуры, образования. – 2012. – № 6(37). – С. 251-253.

5. Яковенко, Т.В. «Точка кипения»: смешанное обучение — технология XXI века / Т.В. Яковенко, Е.Г. Скобельцына ; под ред. Л.Н. Нугумановой. – Казань : ГАОУ ДПО ИРО РТ, 2019. – 72 с. – Текст : непосредственный.
6. PISA 2015 Mathematics framework. – URL: [https://read.oecd-ilibrary.org/education/pisa-2015-assessment-and-analytical-framework/pisa-2015-mathematics-framework\\_9789264281820-5-en#page5](https://read.oecd-ilibrary.org/education/pisa-2015-assessment-and-analytical-framework/pisa-2015-mathematics-framework_9789264281820-5-en#page5) (accessed: 05.05.2022). – Text : electronic.

◆

REFERENCES

1. Batchaeva P.A.-Ju. Ustnye uprazhnenija kak odno iz sredstv formirovanija matematicheskoj kul'tury uchashhihsja 5-9 klassov [Oral exercises as one of the means of forming the mathematical culture of students in grades 5-9]. *Sibirskij pedagogičeskij žurnal [Siberian Pedagogical Journal]*, 2009, no 2, pp. 240-250.
2. Dautova O.B., Ignat'eva E.Ju., Shilova O.N. Massovyj format smeshannogo obuchenija kak dvizhenie k cifrovoj transformacii obrazovanija [The mass format of mixed education as a movement towards the digital transformation of education]. *Nepreryvnoe obrazovanie: XXI vek [Lifelong education: the 21<sup>st</sup> century]*, 2020, Вып. 3 (31). URL: <https://i1121.petrsu.ru/journal/article.php?id=6045> (Accessed 02.05.2022).
3. Derbush M.V., Skarbich S.N. Innovacionnye podhody k ispol'zovaniju informacionnyh tehnologij v processe obuchenija matematike [Innovative approaches to the use of information technology in the process of teaching mathematics]. *Nepreryvnoe obrazovanie: XXI vek [Lifelong education: the 21<sup>st</sup> century]*, 2020, no. 2(30), pp. 66-80.
4. Permjakova M.Ju. Harakteristika ponjatija “funkcional'no-grafičeskaja gramotnost' obučajushhihsja” [Characteristics of the concept of “functional-graphic literacy of students”]. *Mir nauki, kul'tury, obrazovanija [The world of science, culture, education]*, 2012, no. 6(37), pp. 251-253.
5. Jakovenko T.V., Skobel'cyna E.G. “Tochka kipenija”: smeshannoe obuchenie — tehnologija XXI veka [“Boiling point”: mixed education - technology of the XXI century]. Nugumanova L.N. (eds.). Kazan': GAOU DPO IRO RT, 2019. 72 p.
6. PISA 2015 Mathematics framework. URL: [https://read.oecd-ilibrary.org/education/pisa-2015-assessment-and-analytical-framework/pisa-2015-mathematics-framework\\_9789264281820-5-en#page5](https://read.oecd-ilibrary.org/education/pisa-2015-assessment-and-analytical-framework/pisa-2015-mathematics-framework_9789264281820-5-en#page5) (Accessed 05.05.2022).

**СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ:**

С.Н. Скарбич, доцент, кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике, ФГБОУ ВО «Омский государственный педагогический университет», г. Омск, Россия, e-mail: [snejana1979@mail.ru](mailto:snejana1979@mail.ru), ORCID: 0000-0002-1795-1473.

**INFORMATION ABOUT THE AUTHOR:**

S.N. Skarbich, Ph. D. in Pedagogy, Associate Professor, Department of Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Omsk State Pedagogical University, Omsk, Russia, e-mail: [snejana1979@mail.ru](mailto:snejana1979@mail.ru), ORCID: 0000-0002-1795-1473.